

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ПРОНИ ДЛЯ АНАЛИЗА СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ИДУЩЕГО ЧЕЛОВЕКА

Аннотация. Рассмотрены варианты аппроксимации сейсмических сигналов на основе метода Прони. Параметрическое описание сигналов позволяет упростить формирование диагностических признаков для распознавания нарушителя или группы нарушителей для систем охранной сигнализации.

Ключевые слова: сейсмика, разложение сигналов, базовые функции.

Abstract. Variants of approximations seismic signal on base of the method Proni are considered. The Parametric description signal allows to simplify shaping diagnostic sign for recognition of the violator or groups of the violators for systems of the safe signalizing.

Keywords: seismic, signal decomposition, basis functions.

Введение

При разработке сейсмических систем обнаружения движущегося нарушителя большое значение имеет эффективность алгоритма выделения полезного сигнала на фоне многочисленных помех искусственного и естественного происхождения. Трудность реализации эффективного алгоритма обусловлена нестационарностью сейсмических сигналов, записанных даже в одних и тех же условиях. Поэтому оптимизация алгоритма должна основываться на результатах анализа структуры сигналов. Раскладывая сигналы на составляющие, можно найти характерные признаки, отличающие полезные сигналы от помех. При таком подходе важно правильно выбрать метод разложения.

1 Выбор базиса разложения сейсмических сигналов

Сигналы шести последовательных шагов, записанных при беге человека на расстоянии 20 м относительно сейсмоприемника геофонного типа, показаны на рис. 1. Записи произведены в полевых условиях в летнее время.

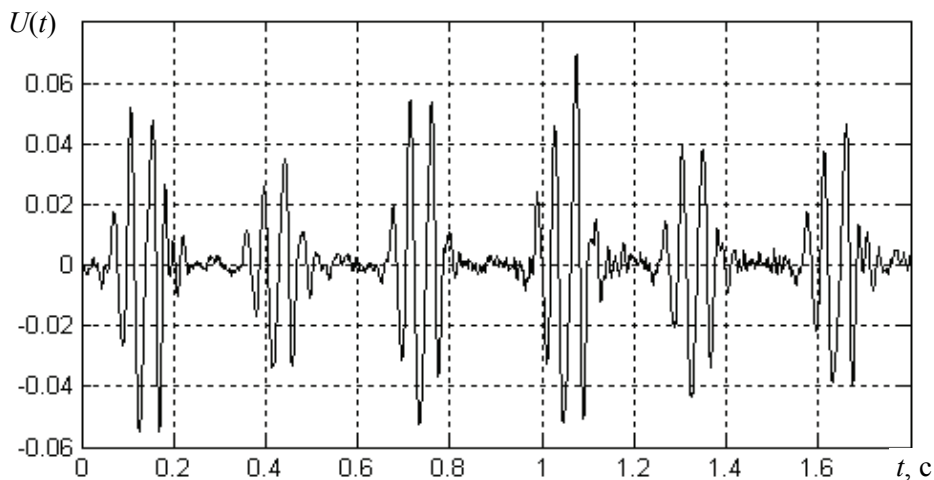


Рис. 1 Сигналы сейсмоприемника при беге человека

Из рис. 1 видно, что сигналы (реакции на удар стопы) отличаются друг от друга. Это отличие обусловлено нестационарностью ударного возбуждения грунта при ходьбе и спецификой распространения упругих колебаний в грунте. Существенной особенностью, которая объединяет приведенные сигналы, является их затухающий псевдогармонический характер. Сигналы относятся к классу финитных. Разложение финитных сигналов в ряд Фурье, как известно, требует вычисления большого числа гармонических составляющих, поэтому является недостаточно эффективным в рассматриваемом случае.

Для выбора более приемлемого базиса разложения рассмотрим физику образования сейсмических сигналов при ходьбе и беге человека по грунту. Если рассматривать грунт как горизонтально-слоистое упругое полупространство, возбуждаемое импульсными ударами по его свободной поверхности, то вполне возможно допустить, что слои выполняют функцию своеобразных волноводов упругих колебаний [1]. Каждый такой волновод в процессе движения человека по грунту возбуждается на своей резонансной частоте и передает энергию упругих колебаний на сейсмоприемник. Типичный сигнал при ударном возбуждении резонансной системы имеет вид, показанный на рис. 2. Используя такой тип базовых сигналов, можно получить более компактное разложение исследуемых сейсмических сигналов и определенную информацию о структуре грунта в месте проведения испытаний.

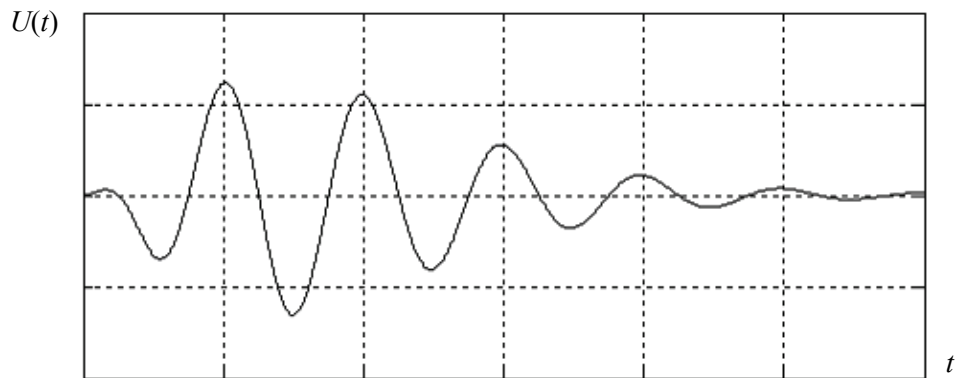


Рис. 2 Колебание резонансной системы при ударном возбуждении

Выберем наиболее адекватную и по возможности простую математическую модель, описывающую колебательный процесс, показанный на рис. 2. Одной из известных функций, описывающей затухающий колебательный процесс, является функция вида

$$A1(t) = A_0 \cdot \frac{\sin(\pi \cdot t / \tau_n)}{\sin(\varphi)} \cdot e^{\pi(\tau_\phi - t) / (\tau_n \cdot \text{tg}(\varphi))} \cdot \sin(\omega t), \quad (1)$$

где $\varphi = \pi \cdot \tau_\phi / \tau_n$; τ_n – длительность импульса; τ_ϕ – длительность переднего фронта; ω – частота собственных колебаний; A_0 – амплитуда колебаний.

На рис. 3,а показан вид графика, построенного с использованием выражения (1) при следующих исходных параметрах: $A_0 = 2$; $\omega = 2\pi \cdot 20$; $\tau_\phi = 0,04$; $\tau_n = 0,6$; $\varphi = \pi \cdot \tau_\phi / \tau_n$.

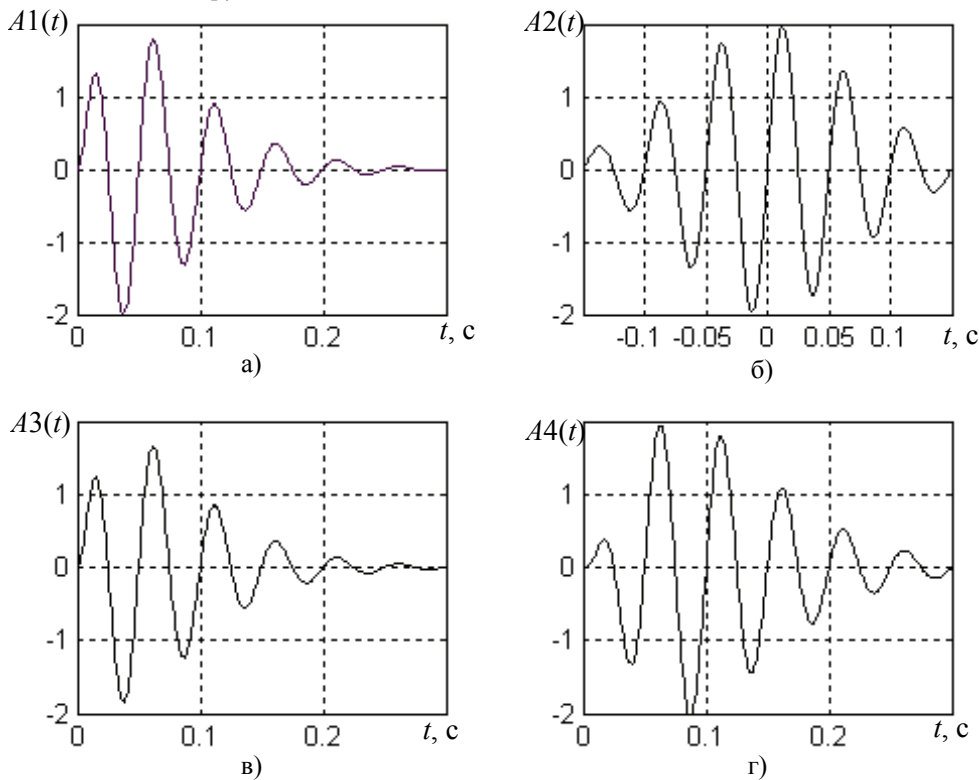


Рис. 3 Графики реализаций затухающих колебаний

Достоинством функции (1) является возможность изменения длительности фронта нарастания амплитуды колебания. Недостатком – относительная сложность выражения. Более простой является функция

$$A2(t) = A_0 \cdot e^{-\alpha^2 \cdot t^2} \cdot \sin(\omega t), \quad (2)$$

где α – коэффициент затухания.

График функции (2), называемой импульсом Пузырькова, показан на рис. 3,б. График построен при следующих значениях параметров: $A_0 = 2$; $\omega = 2\pi \cdot 20$; $\alpha = 10$. Он является симметричным относительно точки $t = 0$, что не соответствует внешнему виду колебаний на рис. 2.

Более приемлемым представляется использование функции, получившей название импульса Берлаге [2]:

$$A3(t) = K \cdot t \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega t), \quad (3)$$

где K – размерный коэффициент.

Функция (3), в отличие от функции (1), обеспечивает более медленное нарастание переднего фронта колебания. Как частный случай импульса Берлаге можно рассматривать функции [3]

$$A3(t) = A_0 \cdot \omega t \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t); \quad (4)$$

$$A4(t) = A_0 \cdot (\omega t)^2 \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t). \quad (5)$$

Параметр A_0 в выражениях (4) и (5) имеет размерность амплитуды. Это делает функции (4) и (5) в ряде случаев более удобными для описания физических процессов.

Графики функций (4) и (5) показаны соответственно на рис. 3, в, г. При построении графика по выражению (4) использованы значения параметров: $A_0 = 1$; $\omega = 2\pi \cdot 20$; $\alpha = 25$. При построении графика по выражению (5) – значения параметров: $A_0 = 0,15$; $\omega = 2\pi \cdot 20$; $\alpha = 25$. Анализ графиков показывает, что наиболее приемлемой функцией для разложения сейсмических сигналов идущего человека является функция (5). Функция (4) дает результат, не сильно отличающийся от функции (5), поэтому она также приемлема для достижения поставленной цели.

2 Метод разложения Прони

Для разложения импульсного сейсмического сигнала по выбранной базовой функции (5) воспользуемся методом, предложенным французским математиком Прони [4, 5]. Метод позволяет получить аппроксимацию вида

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^p U_i \cdot e^{\alpha_i |t|} \cdot e^{j(2\pi \cdot f_i \cdot t + \varphi_i)}. \quad (6)$$

Вещественный процесс моделируется комплексно-сопряженной парой $e^{j(2\pi \cdot f_i \cdot t + \varphi_i)}$ и $e^{-j(2\pi \cdot f_i \cdot t + \varphi_i)}$. Здесь p – порядок модели; U_i , α_i , f_i , φ_i – параметры колебательного звена (соответственно амплитуда собственных колебаний, коэффициент затухания, собственная частота и запаздывание). Очевидно, что модель является универсальной для измерительных процедур, так как могут быть описаны постоянная составляющая, экспоненциальная составляющая, «чистый» тон и убывающие или нарастающие колебания и любая комбинация перечисленных компонент.

В методе Прони находятся величины U_i , α_i , f_i , φ_i , минимизирующие среднеквадратическую ошибку аппроксимации исходной функции y в N точках

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

Следовательно, применив метод наименьших квадратов для решения системы из $(N - p)$ уравнений с p неизвестными, можно найти коэффициенты авторегрессии a_k ($k = 1, 2, 3, \dots, p$) модели (6). Характеристическое уравнение модели имеет вид

$$z^p + a_1 z^{p-1} + \dots + a_p = 0.$$

Корни характеристического уравнения используются для определения собственных частот и коэффициентов затухания. При решении уравнения в дискретном виде получим

$$\alpha_i = \frac{\ln|z_i|}{\Delta t}, \quad f_i = \operatorname{arctg} \left[\frac{\operatorname{Im}(z_i)}{\operatorname{Re}(z_i)} \cdot \frac{1}{2\pi\Delta t} \right],$$

где Δt – период дискретизации.

Модель, использованная в методе Прони, представляет собой набор из p экспоненциальных функций:

$$\hat{y}_i = \sum_{n=1}^p b_n \cdot z_i^n, \quad \text{при } p \leq n \leq N-1, \quad (7)$$

где $b_i = U_i \cdot e^{j\varphi_i}$; $z_i = e^{(\alpha_i + j2\pi f_i)\Delta t}$.

Следовательно, при известных значениях корней z_i , применив метод наименьших квадратов для решения системы из $(N-p)$ уравнений (7) с p неизвестными, можно найти коэффициенты b_i .

Корни этого уравнения используются для определения амплитуды и фазы составляющих:

$$A_i = |b_i|, \quad \varphi_i = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im}(b_i)}{\operatorname{Re}(b_i)} \right).$$

Базовые функции в разложении Прони могут быть преобразованы в функции (4) и (5) путем умножения на параметр t или t^2 , а амплитуды гармоник должны быть рассчитаны с учетом выражения $A_i = U_i / 2\pi f_i$ или $A_i = U_i / (2\pi f_i)^2$. Это свидетельствует о том, что исходный сигнал перед разложением Прони должен быть преобразован путем деления на t или t^2 соответственно. Если сигнал представлен в дискретном виде, то каждый его i -й отсчет должен быть разделен на выражение $i \cdot \Delta t$, где Δt – период дискретизации сигнала.

Рассмотрим корректность такого подхода на примере разложения сигнала $s(t)$ с известными параметрами $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$, где

$$s_1(t) = 2 \cdot (2\pi \cdot 20 \cdot t)^2 \cdot e^{-30t} \cdot \sin(2\pi \cdot 20 \cdot t);$$

$$s_2(t) = 3 \cdot (2\pi \cdot 25 \cdot t)^2 \cdot e^{-40t} \cdot \sin(2\pi \cdot 25 \cdot t + \pi/6).$$

Сигнал $s(t)$ имеет две составляющие с частотами 20 и 25 Гц и амплитудами соответственно 2 и 3 В. График сигнала $s(t)$ и графики его составляющих показаны на рис. 4. Результаты разложения сигнала $s(t)$ модифицированным методом Прони сведены в табл. 1. Разложения сигнала проводилось в его дискретном виде. Период дискретизации был выбран равным $\Delta t = 0,002$ с.

Из табл. 1 следует, что метод позволил достаточно точно выделить обе составляющие исходного сигнала. График сигнала, построенного с учетом табл. 1, практически не отличается по форме от графика исходного сигнала $s(t)$, поэтому в статье не приводится.

Приведенные результаты были получены при использовании минимально необходимого порядка разложения $p = 4$. При использовании большего порядка в разложении появляются высокочастотные составляющие с не-

существенными значениями амплитуд. Это свидетельствует об устойчивости метода.

На рис. 5 приведен спектр Фурье сигнала $s(t)$. Классический спектральный анализ показывает, что этот сигнал должен быть представлен большим числом гармоник. Реальные его гармонические составляющие частотой 20 и 25 Гц в спектре выражены не достаточно явно.

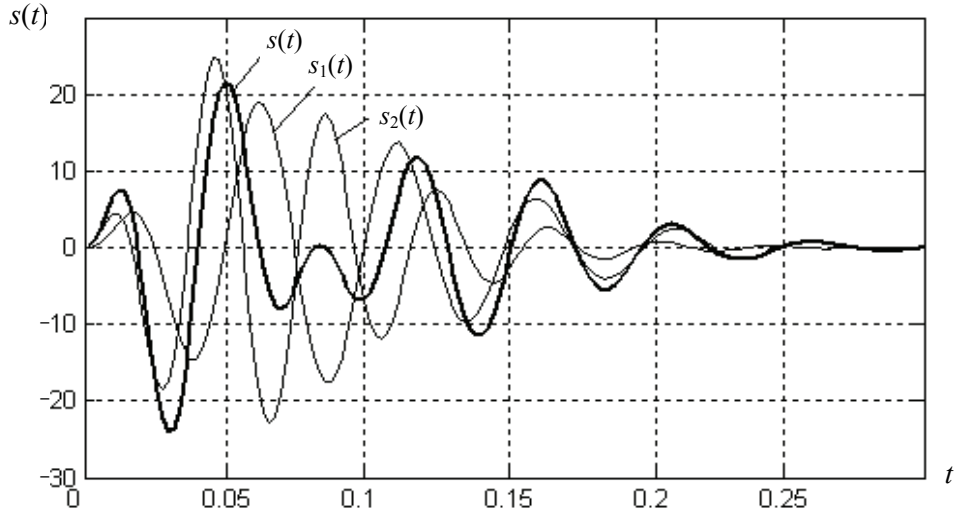


Рис. 4 График тестового сигнала и его составляющие

Таблица 1

Составляющая	Амплитуда, В	Частота, Гц	Затухание, c^{-1}	Фаза, рад
1	1,9947	20,001	-29,921	-0,00379
2	3,0059	24,996	-39,982	0,52442

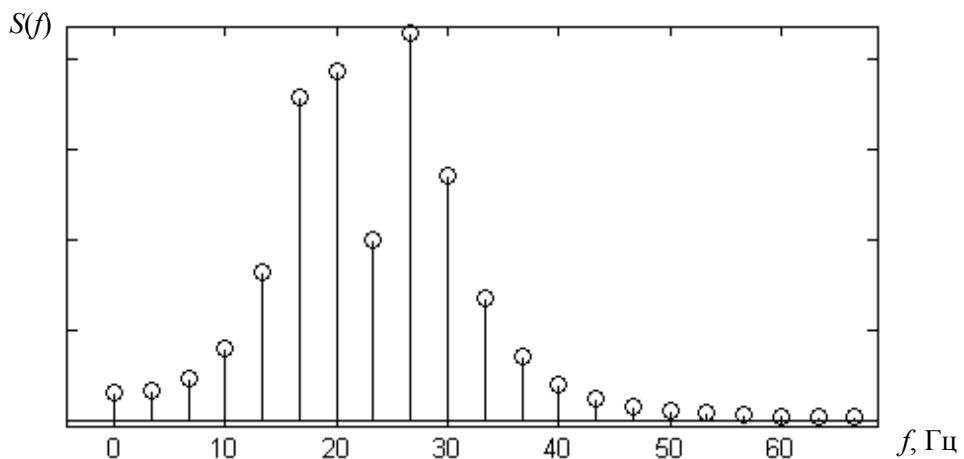


Рис. 5 Спектр амплитуд сигнала $s(t)$

Для синтеза исследуемого сигнала в виде суммы гармонических составляющих на сетке частот Фурье требуется несколько гармоник. Это иллюстрирует рис. 6.

На рис. 6 показан результирующий сигнал от суммы семи наиболее значимых гармоник его спектра (рис. 5) и сам исходный сигнал. Пример свидетельствует о том, что Фурье-анализ затухающего импульсного сигнала менее эффективен, чем анализ на основе модифицированного метода Прони. Этот метод позволяет без потери точности получить модели сейсмических сигналов более низкого порядка, что упрощает их дальнейший анализ.

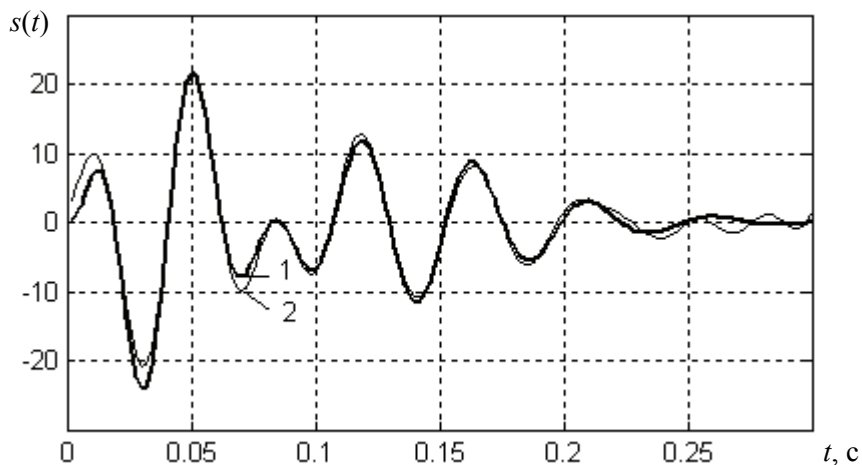


Рис. 6 Исходный сигнал (1) и его аппроксимация (2) семью гармониками из ряда Фурье

Оценим эффективность рассмотренного метода на примере разложения реального сигнала, записанного с сейсмоприемника GS20DX геофонного типа при ударном возбуждении грунта. На рис. 7 показан исходный сигнал и его аппроксимация с использованием разложения на гармонические составляющие.

Во всех из приведенных случаев результирующий сигнал получен путем сложения шести наиболее значимых по амплитуде гармоник разложения. На рис. 7,а показан сигнал, полученный с использованием преобразования Фурье, на рис. 7,б – полученный методом разложения Прони. На рис. 7,в,г приведены сигналы, полученные модифицированным методом Прони с использованием базовых функций, соответственно (4) и (5).

Заключение

Полученные результаты показывают, что использование модифицированного метода Прони является более предпочтительным при разложении импульсных затухающих сигналов на гармонические составляющие. Базовая функция (4) в разложении Прони в целом позволила получить наилучший результат (рис. 7,в), а использование базовой функции (5) позволило в наилучшей степени аппроксимировать исходный сигнал в его начальной фазе (рис. 7,г). Разложение Прони по выбранному оптимальному базису не требует больших вычислительных ресурсов и может осуществляться в режиме реального времени. Это открывает возможность применения метода в системах с процессорной обработкой сигналов и, в частности, в охранно-сигнализации.

онных системах для повышения их помехоустойчивости или реализации функции распознавания типа обнаруживаемого объекта.

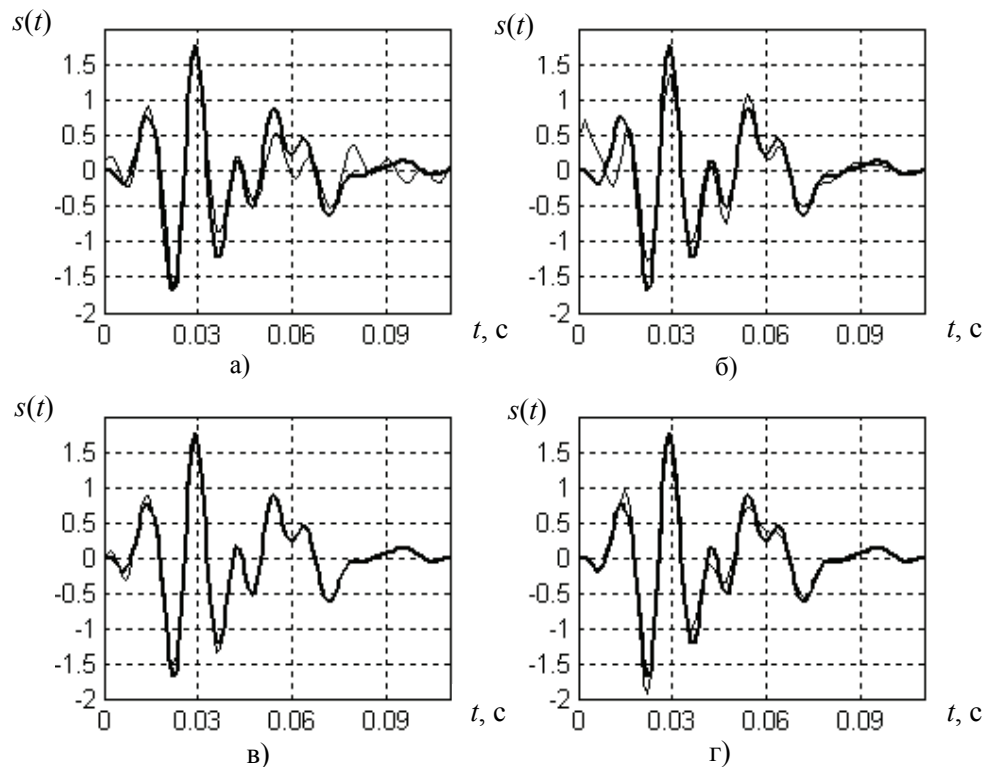


Рис. 7 Аппроксимация импульсного сейсмического сигнала различными методами

Рассмотренный подход анализа сейсмических сигналов может использоваться и для оценки слоистости грунта путем обработки сигналов датчиков, формируемых при ударном возмущении поверхностного слоя грунта.

Список литературы

1. **Гликман, А. Г.** Спектральная сейсморазведка – истоки и следствия / А. Г. Гликман. – 2005. – 247 с. – Режим доступа: www.newgeophyssp.ru.
2. **Берзон, И. С.** Динамические характеристики сейсмических волн в реальных средах / И. С. Берзон, А. М. Епинатьева, Г. Н. Парийская, С. П. Стародубовская. – М. : АН СССР, 1962. – 325 с.
3. **Дудкин, В. А.** Системы и средства управления физической защитой объектов : монография / В. А. Дудкин, Н. Б. Джазовский [и др.] ; под ред. Ю. А. Оленина. – Пенза : Информационно-издательский центр ПензГУ, 2003. – Кн. 2. – 256 с.
4. **Марпл, С. Л. (мл.)** Цифровой спектральный анализ и его приложения : пер. с англ. / С. Л. Марпл (мл.). – М. : Мир, 1990. – 584 с.
5. **Строганов, М. П.** Обработка сигналов в системах диагностики : монография / М. П. Строганов, М. П. Берестень, Н. В. Мясникова ; под ред. Е. П. Осадчего. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та, 1997. – 119 с.

Мясникова Нина Владимировна

доктор технических наук, профессор,
кафедра автоматизации и телемеханики,
Пензенский государственный
университет

E-mail: Genok123@mail.ru

Myasnikova Nina Vladimirovna

Doctor of engineering sciences, professor,
sub-department of automation
and remote control, Penza State University

Дудкин Виктор Александрович

кандидат технических наук, доцент,
кафедра автономных информационных
и управляющих систем, Пензенский
государственный университет

E-mail: dudkinva@gmail.com

Dudkin Viktor Alexandrovich

Candidate of engineering sciences,
associate professor, sub-department
of autonomous information and control
systems, Penza State University

УДК 654.949

Мясникова, Н. В.

Использование метода Прони для анализа сейсмических сигналов идущего человека / Н. В. Мясникова, В. А. Дудкин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2009. – № 4 (12). – С. 111–119.